

# 非零边界旋转运动模糊图像的恢复算法

洪汉玉 张天序

(华中科技大学图像识别与人工智能研究所, 图像信息处理与智能控制教育部重点实验室, 武汉 430074)

**摘要** 具有非零灰度边界的旋转运动模糊图像的恢复是图像处理的一个热点研究问题。为了在离散情况下能够沿模糊路径上快速提取像素的灰度信息, 将 Bresenham 算法思想引入到旋转运动模糊图像的恢复工作中, 并在此基础上, 提出了一种基于模糊路径频域滤波去卷积的恢复算法, 同时, 为了有效地恢复非零边界区的图像信息, 又提出了一种基于邻域知识引导的最小代价恢复算法。这样就可将非零边界旋转运动模糊图像的恢复过程分为两个阶段, 即先后用这两个恢复算法分别进行处理, 由于使整个恢复过程避开了迭代计算和一些复杂的费时运算, 从而加快了恢复速度。为验证该算法的效果, 在微机上, 对该恢复算法与现有的算法进行了对比实验和一系列的验证实验, 实验结果表明, 该算法十分有效, 且具有一定的抗噪能力。

**关键词** 旋转运动模糊 图像恢复 邻域相关性 知识引导

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2004)03-0265-10

## Restoration Algorithm for Rotational Motion Blurred Images with Non-zero Boundary

HONG Han-yu, ZHANG Tian-xu

(Institute for Pattern Recognition and Artificial Intelligence, State Key Laboratory for Image Processing and Intelligent Control, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

**Abstract** The restoration of rotational motion blurred images with the boundaries of non-zero gray-values is a study hotshot in the field of image processing. In order to quickly fetch the gray-values of pixels along the blurring paths in the case of discreteness, the idea of Bresenham algorithm is incorporated into the process of restoration of rotational motion blurred image. The restoration algorithm based on deconvolution along the blurring path by mean of filtering in frequency domain is proposed. Meanwhile, in order to effectively restore the information of pixels in the boundary area, the less-cost restoration algorithm based on knowledge guide is also proposed. Thus, the restoration of the blurred image with non-zero boundary consists of two stages, in which the two proposed restoration algorithms are employed. On the other hand, the iterative calculation and complicated time-consuming operations are avoided to speed up the image restoration. The effect of the proposed algorithms is validated by comparison experiments and a lot of test experiments in the microcomputer, and experimental results illustrate that the proposed algorithms are efficient and capable of resisting-noise.

**Keywords** rotational motion blur, image restoration, neighboring correlation, knowledge guide

## 1 引言

随着机器视觉和计算机主动视觉技术的发展, 越来越多的成像系统传感器必然要安装在运动平台

上, 这为各种运动模糊图像的复原提供了极大的应用空间<sup>[1]</sup>。大家知道, 旋转运动模糊图像的复原是工作在旋转运动平台的成像系统必然遇到的问题, 例如, 在精确制导应用中, 旋转导弹要借助弹体的旋转运动有效地打击和破坏空中或地面/地下目标, 而安

装在导引头上的弹载成像传感器是随弹体作高速旋转运动的,显然,当弹载成像传感器随弹体一起作高速旋转运动对目标场景进行成像时,在短曝光时间内,由于成像传感器与目标景物之间有相当大的相对旋转角度,因此所获取的图像模糊很严重,这给后续的目标识别工作带来了很大的困难。因旋转运动造成的图像模糊是一种空间可变模糊,即离旋转轴心越远,模糊越厉害,故其恢复问题比常见的直线运动模糊要困难得多。Sawchuk 曾对这种空间可变模糊进行过分析,并提出了一种基于几何坐标变换的复原方法<sup>[2,3]</sup>,其复原过程如图 1 所示,即先将旋转运动模糊图像变换到极坐标系中,使得变换后的图像是空间不变模糊。这样,对变换图像就可以使用空间不变模糊的复原算法,在极坐标系中进行去模糊,然后,实施坐标反变换,使图像从极坐标系变换到矩形坐标系统中来得到恢复图像。这种复原方法一般假定背景为零或边界为零,主要适合于背景比较单一的图像复原,如空中目标和文本图像等,这是一种在特定条件下的应用研究,由于要经过两次几何坐标变换,因此增加了时间消耗和存储负担,且由于任何一次坐标变换都要进行大量的灰度插值运算,从而必然引起计算误差和附加的图像降阶。

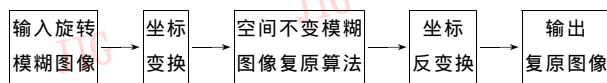
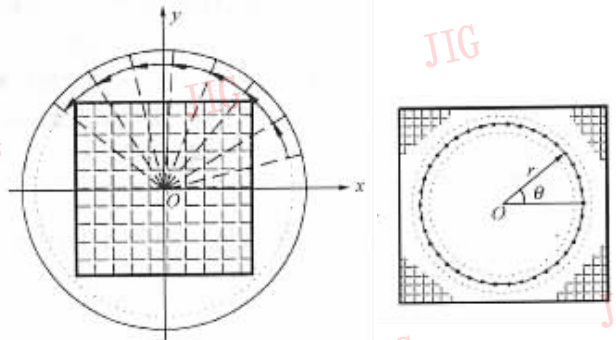


图 1 坐标变换复原方法的过程

可见,旋转运动模糊图像的恢复仍需要深入研究,以获得有效的解决。鉴于现代机器视觉技术的发展和应用对旋转运动模糊图像的快速恢复算法有着强烈的需求,因此,本文针对实际应用需要,对旋转模糊图像复原算法进行了研究,另外,为了解决成像平台旋转运动模糊图像的复原问题,本文回避了几何坐标变换,提出了基于模糊路径频域滤波去卷积的恢复算法,且为了能较好地恢复非零边界处的灰度信息,提出了基于邻域知识引导的最小代价恢复算法。这样,就将非零边界旋转运动模糊图像的复原过程分为两个阶段,并先后提出了两个算法。为了解本文算法的有效性,还在微机上对算法进行了验证,并进行了一系列的恢复实验,结果表明,复原效果比较好,速度较快,能有效地去除旋转运动空间的可变模糊。

## 2 径向旋转运动模糊图像的退化模型

当成像系统与目标场景相距很远时,由于景物点之间的高度差异相对物距来说可忽略不计,因此,像平面与目标场景平面可看成是平行的。设成像焦点平面光轴中心为  $o$ , 旋转运动模糊是场景能量在成像传感器拍摄瞬间内,在 CCD 像平面上的非正常积累,当成像系统随载体沿顺时针方向作高速径向旋转运动时,等同于像平面不动,而景物则沿逆时针方向作旋转运动,如图 2(a) 所示。



(a) CCD 像平面旋转与景物成像

(b) 模糊路径

图 2 因成像平台高速旋转引起的运动模糊

设  $f(x, y)$  为原始图像,因像平面的旋转而获得的模糊图像为  $g(x, y)$ ,用  $\omega$  表示像机的旋转角速度,则在曝光时间  $T$  内,实际采集到的模糊图像  $g(x, y)$  与原图像  $f(x, y)$  有如下关系<sup>[4]</sup>

$$g(x, y) = \frac{1}{T} \int_0^T f[x - r \cos(\omega t), y - r \sin(\omega t)] dt \quad (1)$$

其中,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。

式(1)分析如下,在像平面内,给定任一个  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,由式(1)可知,由于景像像素点灰度值在像平面内沿着这一轨迹进行积分和模糊,因此,旋转运动模糊图像的模糊路径为一系列的同心圆,如图 2(b) 所示。

若用极坐标的形式给出,则旋转运动模糊图像  $g(r, \theta)$  与原始图像  $f(r, \theta)$  的关系可表示为

$$g(r, \theta) = \frac{1}{T} \int_0^T f(r, \theta - \omega t) dt \quad (2)$$

为了便于解决问题,可用弧长坐标  $l = r\theta$  来置换  $\theta$  坐标,则有

$$g(r, l) = \frac{1}{T} \int_0^T f(r, l - r\omega t) dt \quad (3)$$

令  $s=r\omega t, a_r=r\omega T$ , 代入式(3)得

$$g(r, l) = \frac{1}{a_r} \int_0^{a_r} f(r, l-s) ds \quad (4)$$

为了简化表示, 若将上式  $r$  用下标标出, 则上式用一维形式可简洁地表示为

$$g_r(l) = \frac{1}{a_r} \int_0^{a_r} f_r(l-s) ds \quad 0 \leq l \leq 2\pi r \quad (5)$$

由于要在离散情况下来考虑旋转运动模糊图像的复原问题, 因此, 可将式(5)沿模糊路径进行展开, 经离散化处理后, 即用离散坐标  $i$  来  $l$  表示, 有

$$g_r(i) = \frac{1}{a_r} \sum_{x=0}^{a_r-1} f_r(i-x) \quad (6)$$

其中,  $i=0, 1, \dots, N_r-1$ ;  $g_r(i)$  和  $f_r(i)$  ( $i=0, 1, \dots, N_r-1$ ) 分别表示圆弧路径上像素的模糊灰度和原灰度值序列, 其周期为  $N_r$ 。上式的物理意义为模糊路径上任一像素点的模糊灰度值是该像素点及其后共  $a_r$  个像素点的原灰度值的加权累积,  $a_r$  为模糊宽度, 用像素数来表示, 离散后,  $a_r$  取正整数, 有  $a_r \geq 1$ 。

可将路径上的任一像素点设为起始点, 令其标号为 0, 令  $\eta_r=1/a_r$ , 为表达方便及简洁起见, 将有关变量的下标  $r$  省去(下同), 即  $a_r, N_r, g_r(i), f_r(i)$  等变量分别用  $a, N, g(i), f(i)$  表示, 将式(6)展开后, 可用方程组形式具体地表示为

$$H = \begin{bmatrix} h(0) & h(N-1) & \dots & h(2) & h(1) \\ h(1) & h(0) & \dots & \dots & h(2) \\ h(2) & h(1) & h(0) & \dots & h(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(N-2) & \dots & \dots & \dots & h(1) & h(0) & h(N-1) \\ h(N-1) & \dots & \dots & \dots & h(2) & h(1) & h(0) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$H$  是由点扩展函数  $h(\cdot)$  构成的  $N \times N$  阶循环矩阵, 它的元素值随模糊路径的不同而发生变化。

### 3 沿模糊路径快速读取像元灰度信息的实现

旋转运动模糊图像是一种空间可变模糊, 由以上分析可知, 由于这种空间可变模糊是沿模糊路径分布的, 即离旋转轴心越远, 模糊越厉害, 而同一模糊路径的模糊则具有空间时移不变性, 因此, 为了恢复旋转运动模糊图像, 必须逐一地沿圆形的模糊路径去除模糊。这样一来, 首先要做的工作就是沿模糊路径提取像元的灰度值, 然后才能去除模糊, 而场景

$$\begin{aligned} g(0) &= \eta[f(0)+f(-1)+\dots+f(-a+1)] \\ g(1) &= \eta[f(1)+f(0)+\dots+f(-a+2)] \\ &\vdots \end{aligned} \quad (7)$$

$$g(i) = \eta[f(i)+f(i-1)+\dots+f(i-a+1)]$$

$$g(N-1) = \eta[f(N-1)+f(N-2)+\dots+f(N-a)]$$

$g(i)$  和  $f(i)$  均为循环序列, 周期为  $N$ , 有关系  $f(i) = f(N+i)$ 。

令

$$h(x) = \begin{cases} 1/a & 0 \leq x \leq a-1 \\ 0 & a \leq x \leq N-1 \end{cases} \quad (8)$$

$h(x)$  为模糊路径上的点扩展函数, 则式(6)用离散卷积的形式可统一地表示为

$$g(i) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x)h(i-x) \quad i=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (9)$$

$h(x)$  的周期也为  $N$ , 即有  $h(x) = h(x+N)$ 。

如用矩阵形式表示, 上式可写为:

$$g = Hf \quad (10)$$

其中

$$g = [g(0) \quad g(1) \quad \dots \quad g(N-1)]^T$$

$$f = [f(0) \quad f(1) \quad \dots \quad f(N-1)]^T$$

$H$  为模糊矩阵, 它可进一步写成:

图像的灰度值一般被记录在离散的数字像平面上。由于图像灰度值是高度相关的, 经空间采样和量化后, 离散圆弧上的各像像素点灰度值与理想圆弧的各对应像素点灰度值是相同或非常接近的, 因此, 就要在离散情况下, 沿模糊路径快速, 且等距地读取离散像元的灰度值, 即将 CCD 像平面上位于同一圆弧的像元的灰度信息依次, 且等距地读取出来; 同时, 要保证提取算法尽可能地快。这样, 在离散情况下, 为了准确和快速提取位于同一圆弧上的像素的灰度值, 必须避开费时的运算, 如乘法、开方、三角等。为了解决在离散情况下画圆弧的问题, Bresenham 提出了一个很成功的快速画圆算法, 其在计算机图形学中称之为 Bresenham 画圆算法(有关算法原理可参

见文献[5])。在此,本文将 Bresenham 画圆算法思想融入到旋转运动模糊图像恢复的工作中。Bresenham 画圆算法不仅可逐个地选择最佳逼近理想圆弧的像素点,且在选择最佳逼近该圆的像素时,只需判别一些误差项的符号和进行一些加减运算以及对决策参数进行判断,便能准确地得到第 1 象限的同一圆弧上的像元。Bresenham 算法还能保证离散圆弧上的各像元点的坐标位置能最佳逼近理想圆弧的各对应像素点。由于采用对称变换可很快地得到其余 3 个象限同一圆弧上的像元位置,由此,将 Bresenham 画圆算法和程序稍加改造,便能将位于同一圆弧的像元坐标位置按逆时针方向(或顺时针方向)确定下来,于是沿模糊路径就可逐一地读出其像元的灰度值。

## 4 基于最小二乘和空间相关性的沿模糊路径去模糊的快速算法

### 4.1 目标函数与极小解

沿模糊路径提取像元的灰度模糊信息  $g(i) (i=0, 1, \dots, N-1)$ , 将各像素点依序排列, 则它们刚好构成了一个周期。在像素点无丢失的情况下, 如果模糊路径上的各像素点都在 CCD 像平面内, 则问题就是从  $N$  个包含有噪声的像素点的灰度信息  $g(i) (i=0, 1, \dots, N-1)$  中, 估计出原图像的  $N$  个像素点信息  $f(i) (i=0, 1, \dots, N-1)$ 。为此, 可建立如下一个目标函数

$$\Phi(f) = \|g - Hf\|^2 \quad (12)$$

而使目标函数  $\Phi(\cdot)$  最小的  $f$ , 就是  $f$  的最好估计  $\hat{f}$ , 即寻找一个  $\hat{f}$  使得  $H\hat{f}$  在最小二乘含义下最接近于  $g$ , 但由于按照上式估计出的  $\hat{f}$  未考虑像素邻域的空间相关性, 而图像一般具有分片光滑性, 即相邻像素灰度值相差不太大, 因此, 其差分应为极小。另由于沿模糊路径上的两相邻像素在原空间上仍是邻域关系, 因此其差分极小可作为一个空间相关约束条件。

离散函数  $f(x), x=0, 1, 2, \dots$ , 在点  $x$  处的二阶差分可用下式表示<sup>[4]</sup>

$$\nabla^2 f(x) = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = f(x-1) - 2f(x) + f(x+1) \quad (13)$$

对离散序列  $f(i) (i=0, 1, \dots, N-1)$ , 其二阶差分用矢量形式可表示为

$$\nabla^2 f = Df \quad (14)$$

在此, 称  $D$  为二阶差分矩阵, 其形式为如下循环矩阵:

$$D = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 1 & -2 & \end{bmatrix} \quad (15)$$

二阶差分极小可表示为

$$\text{minimize } \|Df\|^2$$

将二阶差分约束加入到目标函数式(12)中, 得

$$\Phi(f) = \|g - Hf\|^2 + \lambda \|Df\|^2 \quad (16)$$

其中,  $\lambda$  为平滑因子, 对  $\Phi(f)$  求偏导数, 并令其为零

$$\frac{\partial \Phi(f)}{\partial f} = -2H^T(g - Hf) + 2\lambda D^T Df = 0$$

得

$$\hat{f} = (H^T H + \lambda D^T D)^{-1} H^T g \quad (17)$$

由于直接对上式进行计算来求解  $\hat{f}$  的计算量很大, 例如, 当  $N=512$  时,  $H$  的尺寸为  $512 \times 512$ , 则用代数复原方法需要进行大矩阵的运算, 因此, 求解  $\hat{f}$  中的各元素很费时间<sup>[6,7]</sup>。为了快速复原信号和恢复图像, 美国学者 Hunt 早在 1971 年就对此进行了研究, 并取得了卓有成效的成果<sup>[2]</sup>, 即这个问题可通过循环矩阵的对角化来解决<sup>[2,4,6~8]</sup>。之所以循环矩阵模型可以帮助我们绕开矩阵运算量太大这个困难, 这主要归功于循环矩阵具有的对角化的结构性质(详见 3.3 节)。

### 4.2 循环矩阵的对角化

利用循环矩阵的对角化技术可把反卷积问题变成频域滤波问题, 由于其不需要存放和处理大尺寸的循环矩阵  $H$ , 从而大大降低了计算负担和加快了计算速度<sup>[6,7]</sup>。由于  $H$  是循环矩阵。可以证明  $H$  可以对角化, 即循环矩阵可以写成特征分解的形式(证明详见文献 4)。设  $H$  为  $N \times N$  的循环矩阵, 令

$$w(k) \left[ 1 \quad \exp\left(j \frac{2\pi}{N} k\right) \quad \cdots \quad \exp\left(j \frac{2\pi}{N} (N-1) k\right) \right]^T \quad (18)$$

$$\lambda(k) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \exp^{-j \frac{2\pi}{N} kn} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (19)$$

容易验证, 有

$$Hw(k) = \lambda(k)w(k) \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (20)$$

这表明,  $\lambda(k)$  是循环矩阵  $H$  的特征值,  $w(k)$  是相应的特征向量。将  $N$  个  $w(k)$  排成矩阵

$$W = [w(0) \quad w(1) \quad \cdots \quad w(N-1)] \quad (21)$$

于是,可将  $H$  表示为如下特征分解的形式

$$H = W \Lambda W^{-1} \quad (22)$$

式中,  $\Lambda$  是对角阵

$$\Lambda = \text{diag}\{\lambda(0), \lambda(1), \dots, \lambda(N-1)\} \quad (23)$$

矩阵  $W$  中的任一元素可表示为

$$W(i, k) = \exp\left(j \frac{2\pi}{N} ik\right) \quad i, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (24)$$

可以检验,逆矩阵有形式

$$W^{-1}(i, k) = \frac{1}{N} \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} ik\right) \quad i, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (25)$$

$H$  的特征矩阵  $W$  是非奇异的,  $W$  和  $W^{-1}$  与离散傅里叶变换直接关联。进一步地可验证,循环矩阵有如下几个重要性质:

$$W W^{-1} = W^{-1} W = I; \quad W^T = W;$$

$$W^* = N \cdot W^{-1}; \quad H^T = W \Lambda^* W^{-1}$$

其中,  $I$  为单位矩阵,矩阵上标符号  $*$  表示复共轭。由上分析可知,循环矩阵可以用它的特征值序列来描述,与循环矩阵有关的计算可以用离散傅里叶变换来做<sup>[2,4,6~8]</sup>,而不需要存放和处理大尺寸的矩阵。由特征值构成的对角阵的各个元(位于矩阵对角线上的各元素)正好是序列  $\{h(0), h(1), \dots, h(L-1)\}$  的离散傅里叶变换的各个系数。

### 4.3 对应的频域解

注意到式(17)中的  $H$  和  $D$  均为循环矩阵,设循环矩阵  $D$  的对角阵为  $C$ ,同理有  $D = W C W^{-1}$ ,其对角阵的各个元正好是二阶差分算子的离散傅里叶变换的各个系数。

将  $H$  和  $D$  的特征分解式代入式(17)中,则可导出

$$\begin{aligned} \hat{f} &= [(W \Lambda^* W^{-1}) W \Lambda W^{-1} + \lambda (W C^* W^{-1}) W C W^{-1}] (W \Lambda^* W^{-1}) g \\ &= [W \Lambda^* \Lambda W^{-1} + \lambda W C^* C W^{-1}] (W \Lambda^* W^{-1}) g \\ &= W (\Lambda^* \Lambda + \lambda C^* C) W^{-1} (W \Lambda^* W^{-1}) g \\ &= W (\Lambda^* \Lambda + \lambda C^* C) \Lambda^* W^{-1} g \end{aligned}$$

将上式方程两边同乘  $W^{-1}$ ,得

$$W^{-1} \hat{f} = (\Lambda^* \Lambda + \lambda C^* C)^{-1} \Lambda^* W^{-1} g \quad (26)$$

$W^{-1} g$  和  $W^{-1} \hat{f}$  都是  $N$  维列向量,其中的

$W^{-1} \hat{f}$  的第  $u$  项记为  $\hat{F}(u)$

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \hat{f}(i) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} ui\right) \quad (27)$$

$$u = 0, 1, \dots, N-1$$

同理,  $W^{-1} g$  的第  $u$  项记为  $G(u)$ :

$$G(u) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} g(i) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} ui\right) \quad (28)$$

$$u = 0, 1, \dots, N-1$$

它们分别是序列  $\hat{f}$  和  $g$  的傅里叶变换的第  $u$  项。而由特征值构成的对角阵的各个元正好是序列  $\{h(0), h(1), \dots, h(N-1)\}$  的离散傅里叶变换的各个系数。将  $N$  并入  $H(u)$ ,即可得到

$$\Lambda(u, u) = \lambda(u) = \sum_{i=0}^{N-1} h(i) \exp^{-j \frac{2\pi}{N} ui} = H(u) \quad (29)$$

$$u = 0, 1, \dots, N-1$$

将式(26)~式(29)结合起来,正好导致频域解为

$$\hat{F}(u) = \frac{H^*(u)}{|H(u)|^2 + \lambda |D(u)|^2} G(u) \quad (30)$$

$$u = 0, 1, \dots, N-1$$

其中,  $H^*(u)$  为  $H(u)$  的复共轭,  $D(u)$  为二阶差分算子傅里叶变换的第  $u$  项。求出  $\hat{F}(u)$  ( $u=0, 1, \dots, N-1$ ) 后,再对  $\hat{F}(u)$  ( $u=0, 1, \dots, N-1$ ) 进行傅里叶逆变换即可得  $\hat{f}$ 。由此可知,这里的计算主要是快速傅里叶变换,在进行傅里叶变换时,当序列长度  $N$  为 2 的幂次方时,可采用快速傅里叶算法,当不是 2 的幂次方时,则采用现有的混合基快速算法。由于这里所有的傅里叶变换的计算量都是一维  $N$  个点的计算,这样就完全绕开了存放和处理及运算大尺寸循环矩阵的困难,也大大加快了计算速度<sup>[2,4,6~8]</sup>,因此,可将旋转运动模糊图像的恢复问题转换为在 CCD 像平面内沿模糊路径进行频域滤波去卷积的问题,即可描述为,在 CCD 像平面内,沿模糊路径快速读出模糊像素的灰度值  $g(i)$  ( $i=0, 1, \dots, N-1$ );然后,根据式(30)在频域中进行滤波去卷积来得到频谱  $\hat{F}(u)$  ( $u=0, 1, \dots, N-1$ ),再对  $\hat{F}(u)$  ( $u=0, 1, \dots, N-1$ ) 进行傅里叶逆变换即可得出  $\hat{f}(i)$  ( $i=0, 1, \dots, N-1$ ),这样由小到大大改变模糊路径,并沿模糊路径进行恢复,直到模糊路径上有部分像素超出 CCD 像平面为止;最后,在 CCD 像平面已恢复出的像素间进行灰度的非均匀性校正,以消除空穴点(有个别点未能复原出或其灰度值奇异)。

## 5 基于邻域知识引导的最小代价恢复算法

### 5.1 基于邻域知识引导的二次代价函数

当模糊路径超出像平面范围时(如图 3 所示),路径上只有位于像平面范围内像元的灰度值被记

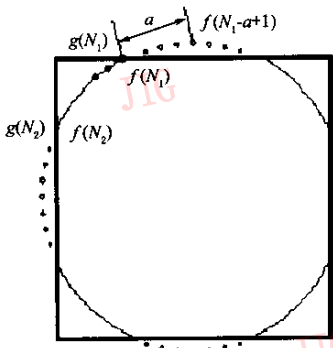


图 3 模糊路径信息丢失示意图  
(其中空心点处的信息已丢失)

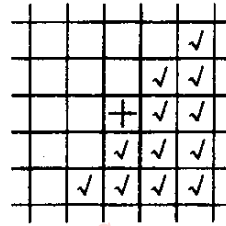


图 4 当前点的邻域示意图

(+表示当前点,√表示已恢复的邻域像素点)

下来了,而超出像平面范围的部分像元信息则被丢失,且随路径的向外扩充,丢失的信息会越来越多。在 Sawchuk 提出的传统的复原方法中,假定这部分已知或为零,这种假定只是在特定的情况下成立,如零边界图像。由于实际情况下所得到的图像大多数具有非零边界,因此,有必要探讨边界部分的信息复原问题。由于这部分像素的原信息与其邻域的原灰度信息是密切相关的,说明图像数据的相关性极强,即某一像素灰度值受相邻像素灰度值影响极大,因此相邻像素灰度值区别是很小的。利用上节中所述的复原算法,已将部分像素的原信息恢复出来了,这样就可利用已记录下的部分像素的模糊灰度值和已被恢复出的邻域灰度信息,采用知识引导和约束优化方法来估计边界部分的像素灰度值。

已恢复出来了的像素的灰度值,  $J_b$  为信息已恢复出来的像素点个数,而下标  $b_j$  为这些像素点的标识符,如图 4 所示(像素点位置不同,邻域中已恢复出的像素空间分布形式也不同)。由于以  $f(N_1+i)$  为中心的窗口小邻域内的大部分信息并未恢复出来,为了更好地捕捉邻域知识,因此在本文的算法中采用了稍大一些的  $5 \times 5$  窗口邻域,令该邻域已恢复出来的像素平均灰度值为

有如下几条基本知识可以利用:

$$\bar{f}_b(N_1+i) = \frac{1}{J_b} \sum_{j=1}^{J_b} f_{b_j}(N_1+i)$$

将上式代入式(31),经改造和整理得

$$\varphi(f) = \sum_{i=0}^{N_2-N_1} (f(N_1+i) + \bar{f}_b(N_1+i))^2 + \sum_{i=0}^{N_2-N_1} \left[ \frac{1}{J_b} \sum_{j=1}^{J_b} f_{b_j}^2(N_1+i) - \bar{f}_b^2(N_1+i) \right] \quad (32)$$

5.2 约束优化估计

由式(6)可知,从序号  $N_1$  到  $N_2$  之间共有  $M(M=N_2-N_1+1)$  个像素点的灰度值  $f(N_1+i)$  ( $i=0,1,\dots,N_2-N_1$ ),且大体上应满足关系式

(1) 如果某一像素的邻域同属于一个灰度分布均匀的背景区域,则这个像素的灰度值与其邻域灰度值接近;

$$g(N_1) = \eta[f(N_1) + f(N_1-1) + \dots + f(N_1-a+1)]$$

(2) 如果某一像素的邻域都属于同一个目标区域,则表明这个像素的灰度值与这个目标区域的灰度值接近;

$$g(N_1+1) = \eta[f(N_1+1) + f(N_1) + \dots + f(N_1-a+2)]$$

(3) 如果某一像素的邻域的灰度值相差较大,则表明这个邻域可能既有目标像素又有背景像素,也可能是噪声污染较严重,也说明这个像素的灰度值在较大的范围内变化,难以确定。

$$\dots$$

$$g(N_1+i) = \eta[f(N_1+i) + f(N_1+i-1) + \dots + f(N_1+i-a+1)]$$

$$\dots$$

利用以上几条知识,先构造如下一个二次代价函数:

$$g(N_2) = \eta[f(N_2) + f(N_2-1) + \dots + f(N_2-a+1)] \quad (33)$$

$$\varphi(f) = \sum_{i=0}^{N_2-N_1} \frac{1}{J_b} \sum_{j=1}^{J_b} (f(N_1+i) - f_{b_j}(N_1+i))^2 \quad (31)$$

由此可见,模糊图像的恢复问题就是在方程组(式(33))的约束条件下,求最佳解  $f = [f(N_1), f(N_1+1), \dots, f(N_2)]$ ,并使代价函数  $\varphi(f)$  为最小的问题。显然,这是一个约束优化问题。

其中,  $f_{b_j}(N_1+i)$  ( $j=1,2,\dots,J_b$ ) 是以像素点  $f(N_1+i)$  为中心的正方形窗口内与其近邻,且先前的

由方程组(式(33))可知,只要给定 $(a-1)$ 个像素的灰度值 $f(N_1-1), f(N_1-2), \dots, f(N_1-a+1)$ ,就可计算出从序号 $N_1$ 到 $N_2$ 之间的 $M$ 个像素点的灰度值 $f(N_1), f(N_1+1), \dots, f(N_2)$ 。

当像素点沿弧线从点 $N_1$ 到 $N_2$ 时,设指针序号 $i$ 从 $0$ 到 $M-1$ ,令序号 $i$ 与模糊宽度 $a$ 相除的最大整数为 $k$ ,除后余数为 $q$ ,即有 $k = (\text{int}) i/a$ , $q = i - ka$ , $q$ 为 $(0, 1, \dots, a-1)$ 中的一个正整数。

在方程组(式(33))中,将前后相邻两方程相减,且令 $\beta = 1/\eta$ ,可得出如下递推关系:

当余数 $q=0$ ,即 $i=ka$ ( $k$ 为整数)时,有

$$f(N_1 + i) = \beta \sum_{j=0}^k \nabla g(N_1 + i - ja) - \sum_{n=0}^{a-1} f(N_1 - a + n) \quad (34)$$

当余数 $q=1, \dots, a-1$ 时

$$f(N_1 + i) = \beta \sum_{j=0}^k \nabla g(N_1 + i - ja) + f(N_1 - a + q) \quad (35)$$

式中, $\nabla$ 为差分运算, $\nabla g(N_1 + i) = g(N_1 + i) - g(N_1 + i - 1)$ , $i = 0, 1, \dots, N_2 - N_1$ ,且记 $\nabla g(N_1) = g(N_1)$ 。令

$$\delta(N_1 + i) = \beta \sum_{j=0}^k \nabla g(N_1 + i - ja) \quad (36)$$

将 $f(N_1 - a + q)$ 用 $f_x(q)$ ( $q=0, 1, \dots, a-1$ )来表示,为了便于表达,且把 $N_1$ 从各表达式中暂略去,将式(36)代入式(34)和式(35),则式(34)及式(35)可统一地表示为

$$f(i) = \begin{cases} \delta(i) - \sum_{j=1}^{a-1} f_x(j) & q = 0 \\ \delta(i) + f_x(q) & q = 1, 2, \dots, a-1 \end{cases} \quad (37)$$

其中, $\delta(i)$ 为差分累积项,可由模糊图像的像素灰度值求得。

令

$$f_x(0) = \sum_{j=1}^{a-1} f_x(j) \quad (38)$$

设最大标号 $(M-1)$ 与模糊宽度 $a$ 相除的最大整数为 $U$ ,余数为 $q_m$ ,

$$U = (M-1)/a, \quad q_m = (M-1) - Ua$$

将式(37)及式(38)代入式(32),经整理得

$$\varphi(f) = \sum_{k=0}^U [\delta(ka) - f_x(0) - \bar{f}_b(ka)]^2 +$$

$$\sum_{q=1}^{q_m} \sum_{k=0}^U [\delta(ka+q) + f_x(q) - \bar{f}_b(ka+q)]^2 + \sum_{q=q_m+1}^{a-1} \sum_{k=0}^{U-1} [\delta(ka+q) + f_x(q) - \bar{f}_b(ka+q)]^2 + \sum_{i=0}^{N_2-N_1} \left[ \frac{1}{J_b} \sum_{j=1}^{J_b} f_{b_j}^2(N_1+i) - \bar{f}_b^2(N_1+i) \right] \quad (39)$$

其中, $f_x(0)$ 是一个组合变量,为了便于求出最小代价解,暂且将其作为一个独立变量,这样可得出近似最优解,不失一般性,这时解空间为 $[f_x(0), f_x(1), \dots, f_x(a-1)]$

$$\text{令 } \frac{\partial \varphi(f)}{\partial f_x(q)} = 0 (q=0, 1, \dots, a-1), \text{ 整理得近似最优解为}$$

$$\hat{f}_x(0) = \frac{1}{U+1} \sum_{k=0}^U [\delta(ka) - \bar{f}_b(ka)] \quad (40a)$$

当 $q=1, 2, \dots, q_m$

$$\hat{f}_x(q) = \frac{1}{U+1} \sum_{k=0}^U [\bar{f}_b(ka+q) - \delta(ka+q)] \quad (40b)$$

当 $q=q_m+1, q_m+2, \dots, a-1$ ,则

$$\hat{f}_x(q) = \frac{1}{U} \sum_{k=0}^{U-1} [\bar{f}_b(ka+q) - \delta(ka+q)] \quad (40c)$$

虽然 $\hat{f}_x(q)$ ( $q=0, 1, \dots, a-1$ )的推导过程比较复杂,但结果却很简单,且计算简便,即只有加、减法运算,其物理含义也很明确, $\delta(i)$ ( $i=ka+q$ )为已知的差分项, $\bar{f}_b(i)$ 为邻域的灰度均值,而使二次代价函数 $\varphi(f)$ 最小的 $\hat{f}_x(q)$ ( $q=0, 1, \dots, a-1$ )则是具有相同余数 $q$ 的对应项差值 $(\bar{f}_b(i) - \delta(i))$ 的平均。

### 5.3 基于知识引导的灰度值调整

显然,由式(40)求出 $\hat{f}_x(q)$ ( $q=0, 1, \dots, a-1$ )

后,还应保证 $\sum_{q=1}^{a-1} \hat{f}_x(q)$ 与 $\hat{f}_x(0)$ 接近。实际上,由于图像灰度值有噪声干扰,为此,需设定一个门限值 $\mu$ ,如果满足下式

$$\left| \sum_{q=1}^{a-1} \hat{f}_x(q) - \hat{f}_x(0) \right| \leq \mu \quad (41)$$

则称 $\hat{f}_x(q)$ ( $q=1, \dots, a-1$ )的值与 $\hat{f}_x(0)$ 是相容的,其近似最优解比较稳定,为最佳解;否则,视为不相容。在解不相容的情况下,为悖论,则需要对 $\hat{f}_x(q)$ ( $q=0, 1, \dots, a-1$ )各项值进行调整,以消除悖论。这就需要知识引导,本文应用前述3条知识来对近似最优解估值 $\hat{f}_x(q)$ ( $q=0, 1, \dots, a-1$ )进行调整,同时可根据像素邻域灰度分布差异来设定邻域知识

的可用度。当某像素的邻域灰度分布较均匀时,则该像素的邻域灰度信息对  $\hat{f}_x(q)$  的估计有利,且越均匀越有利,代价越小,可用度高;反之,当某像素的邻域灰度分布不均匀时,其也许是邻域有边缘,也许是受强噪声污染,由于存在不确定性,为此要付大代价,即该像素的邻域灰度信息对  $\hat{f}_x(q)$  ( $q=0,1,\dots,a-1$ ) 的估计不利。

当解不相容时,可从式(40)中,将可用度较低的项移次剔除,使其不参加对  $\hat{f}_x(q)$  ( $q=0,1,\dots,a-1$ ) 的估算,以便得到更好的(代价更小)近似最优解。当所有悖论全部消除以后,便得到最优解  $\hat{f}_x(q)$  ( $q=0,1,\dots,a-1$ )。

最后,将  $\hat{f}_x(q)$  ( $q=0,1,\dots,a-1$ ) 代入式(37),且将先前省略掉了的  $N_1$  添上,便可得到估计值  $\hat{f}(N_1), \hat{f}(N_1+1), \dots, \hat{f}(N_2)$ 。重复以上过程,即可逐步向外恢复边界处的信息。

在旋转模糊图像复原问题中,随着模糊路径的向外推移,像素信息丢失越来越多,记载下来的像元信息越来越少,在这种情况下,由于参与估计各个  $\hat{f}_x(q)$  值的项数也越来越少,且此时只能得到近似最优解,因此,边界处的信息也越来越难以恢复,尤其当边界处有纹理时,与实际情况不可避免地会存在一些差异。为了将这些差异尽可能地降低到极小,本文提出了基于邻域知识引导的最小代价恢复算法用来恢复这部分信息。

## 6 实验结果及分析

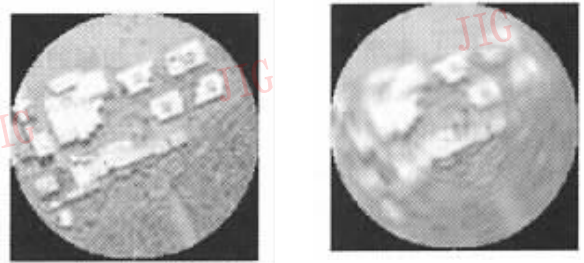
本文算法软件已在微机上(P III 750MHz, 256兆内存)运行通过,同时从主观和客观两方面对恢复图像的质量进行了评价,其中用下式定义的改善信噪比作为图像质量改善的客观评价指标:

$$ISNR=10\log\{\|f-g\|^2/\|f-\hat{f}\|^2\}$$

这里  $f, g$  及  $\hat{f}$  分别为原图、退化图像及复原图像。

为了说明本文算法的优越性,先对具有零边界的旋转运动模糊图像做一些恢复效果对比实验。对于具有零边界的旋转运动模糊图像的复原, Sawchuk 提出了一种几何坐标变换方法。图 5(a)为一幅具有零边界的原图像(地面房屋场景航空摄影图像);图 5(b)为其对应的具有零边界的旋转模糊图像,其中 CCD 相机旋转角度为  $8^\circ$ 。采用 Sawchuk

方法来恢复旋转模糊图像,恢复过程如图 6 所示:先将旋转模糊图像(图 5(b))变换到极坐标系中得到图 6(a),使得变换后的模糊图像在  $\theta$  坐标方向上为空间不变模糊;然后在极坐标系统中沿  $\theta$  坐标方



(a) 原图(零边界)

(b) 旋转模糊图像

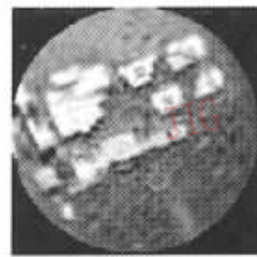
图 5 零边界原图及旋转运动模糊图像



(a) 将图 5(b)变换到极坐标  $(r, \theta)$  系统中



(b) 在极坐标  $(r, \theta)$  系统中进行去模糊后所得图像



(c) 坐标反转换后得到的复原图像,  $ISNR=5.5295$  dB

图 6 采用 Sawchuk 所提出的几何变换方法恢复旋转模糊图像的过程

向进行去模糊,所得图像如图 6(b)所示;最后对图 6(b)实施坐标反变换,即将其变换到矩形坐标系统中,其所得到的恢复图像如图 6(c)所示,其改善信噪比  $ISNR=5.5295$  dB,复原所需的执行时间为  $5.4280$  s。图 7 为采用本文提出的基于模糊路径的频域滤波去卷积算法(称为算法 1)对旋转模糊图像(图 5(b))进行恢复所得到的图像,显然,其恢复效果比 Sawchuk 提出的恢复方法恢复效果要好得多,其改善信噪比  $ISNR=12.12$  dB,复原所需的执行

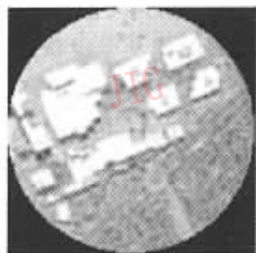


图 7 采用本文方法恢复出的图像(零边界)

ISNR=12.12dB

时间为 1.332 0s。这主要是由于采用了基于沿模糊路径去卷积的空间自适应复原方法,而避免了几何变换的缘故。由于两次几何变换全都避免了,这样两次大量的灰度插值计算也就不再需要了,因此不仅克服了由计算误差引起的插值噪声,且大大节省了运算时间和存储空间。

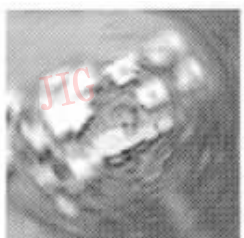
实际图像处理中,具有零边界的图像是不多见的,除少数空中目标图像及文字图像以外,大多图像具有非零边界,因此非零边界模糊图像的复原更具实际意义和难度。由于 CCD 像机都普遍具有矩形像平面,这样,在图像的边界区域,模糊路径上只有位于像平面内

的像素信息被记录下来,而其余像素的灰度信息则不可避免地丢失了,对于边界区域的信息恢复,可采用本文提出的基于知识引导的最小代价恢复算法(称为算法 2),因此,可联合采用本文提出的两个算法来恢复非零边界模糊图像。下面,再考查一下本文复原算法(算法 1 加算法 2)对非零边界图像的恢复效果。图 8(b)为一具有矩形 128×128 像素大小的非零边界的旋转运动模糊图像,其无旋转模糊的场景图像(如图 8(a)所示),可看成原图。图 8(c)为采用本文提出复原算法(算法 1 加算法 2)对模糊图像(图 8(b))进行恢复得到的图像,其改善信噪比为 11.251 0dB,可见,用本文算法不仅恢复效果好,图像清晰,而且地面目标及背景均得到了很好的复原。与图 8(a)比较,只是角点处稍有模糊。另外,在像素信息有丢失的情况下,精确复原显然是不可能的,但本文提出的基于邻域知识引导的最小代价复原算法(算法 2),能最佳地恢复边界处的基本信息。这对实际的非零边界的模糊图像的复原具有重大贡献。

为了进一步地检验本文算法对不同旋转角度的运动模糊图像进行恢复的效果,图 9(a),图 9(c)和图 9(e)为 3 幅旋转运动模糊图像,其旋转角度分别



(a) 无旋转模糊的实际场景图像(原图)

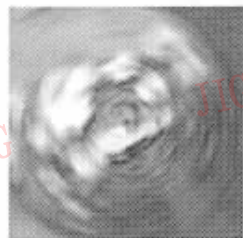


(b) 旋转运动模糊图像(非零边界)

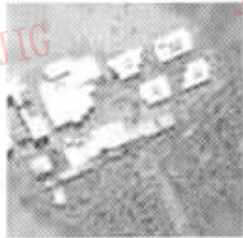


(c) 从图 8(b)中恢复出的图像

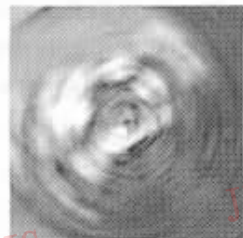
图 8 非零边界旋转模糊图像的复原



(a) 旋转模糊图像,旋转角度为 15°



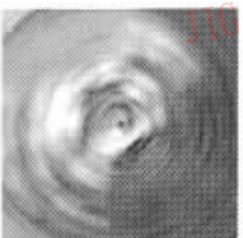
(b) 从图 9(a)中恢复出的图像



(c) 旋转模糊图像,旋转角度为 20°



(d) 从图 9(c)中恢复出的图像



(e) 旋转模糊图像,旋转角度为 30°

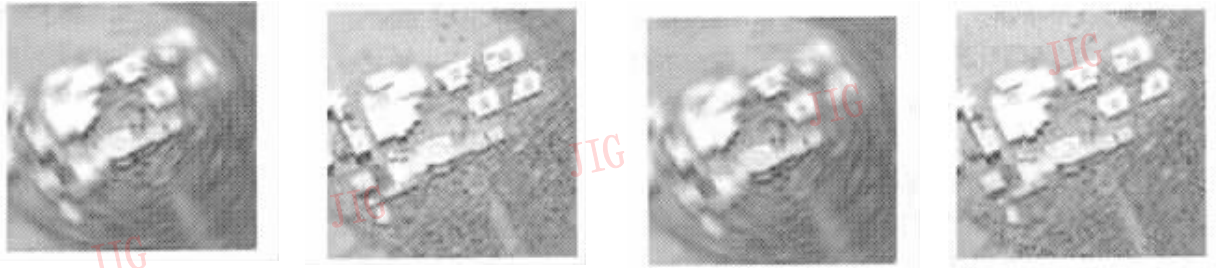


(f) 从图 9(e)中恢复出的图像

图 9 在不同旋转角度模糊条件下所恢复出的图像

为  $15^\circ$ ,  $20^\circ$  和  $30^\circ$ , 采用本文提出复原算法(算法 1 加算法 2)对这 3 幅模糊图像进行了复原实验, 所得复原图像分别为图 9(b), 9(d) 和 9(f)。由图 9(b), 9(d) 和 9(f) 可见, 恢复效果基本稳定, 只是随旋转角度的增大, 边界处信息的恢复效果变差, 这是由于模糊程度变大, 参加优化估计边界处灰度信息的数据项数越来越少的缘故(见式(40))。

最后, 还验证了本文复原算法的稳定性和对噪声的抵抗能力, 即在模糊图像(图 8(b))的基础上添加信噪比  $SNR$  分别为 40 dB 和 30 dB 的随机高斯白噪声, 获得的退化图像(模糊+噪声)如图 10(a)



(a) 加高斯白噪声  $SNR=40\text{dB}$  的旋转模糊图像 (b) 从图 10(a) 中恢复出的图像 (c) 加高斯白噪声  $SNR=30\text{dB}$  的旋转模糊图像 (d) 从图 10(c) 中恢复出的图像

图 10 不同噪声条件下旋转模糊图像的复原

## 7 结 论

本文对成像平台旋转运动模糊图像的复原问题进行了研究。主要创新工作有: 针对 CCD 像平面记载下来的离散数字旋转运动模糊图像的复原问题, 为了快速地沿模糊路径提取像素灰度值, 将 Bresenham 算法思想融入到该研究工作中, 另外, 为了确保在离散情况下能准确和实时地沿模糊路径提取像素灰度值, 首先提出了基于沿模糊路径频域滤波去卷积的恢复算法, 同时, 为了有效地恢复非零边界区的灰度信息, 提出了基于邻域知识引导的最小代价恢复算法。实验结果证实了算法的有效性和抗噪能力, 因此, 在机器视觉领域中具有实用价值和应用前景。

### 参 考 文 献

- 1 Bonmassar G, Schwartz E L. Real-time restoration of images degraded by uniform motion blur in foveal active systems[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, 8 (12): 1838~1842.
- 2 Andrews H C, Hunt B R. Digital image restoration [M]. Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall, INC., 1977: 76~79, 223~224.
- 3 Castleman K R. Digital image processing [M]. London: Prentice Hall International, INC., 1997: 397~398.

和 10(c) 所示。 $SNR^{[9]}$  定义为:  $10\log_{10}[\sigma_B^2/\sigma_N^2]$ , 其中,  $\sigma_B^2$  及  $\sigma_N^2$  分别为模糊图像及噪声项的方差; 然后用本文算法进行恢复, 在 40dB 和 30dB 噪声条件下恢复出的图像分别如图 10(b) 和图 10(d) 所示。当  $SNR=40\text{dB}$ , 恢复结果比较理想, 其改善信噪比  $ISNR$  为 10.4387dB; 当  $SNR=30\text{dB}$ , 虽有噪声放大现象, 但恢复结果可以接受, 其改善信噪比  $ISNR$  为 6.4746dB。总之, 从实验结果来看, 本文的恢复算法具有较好的稳定性, 不但具备一定程度的抗噪能力, 而且可很好地提高图像质量。

- 4 Gonzalez R C, Wintz P A. Digital image processing [M]. Boston, Massachusetts usa: Addison-Wesley Publishing Company, INC., Advanced Book Program, Reading, 1977: 190~227.
- 5 孙家广, 杨长贵. 计算机图形学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998: 169~176.
- 6 周谋炎. 反卷积和信号复原[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001: 73~76.
- 7 章毓晋. 图象处理和分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999: 102~108.
- 8 刘政凯, 瞿建雄. 数字图象恢复与重建[M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 1989: 10~18.
- 9 Georgios B G, Robert W H. Blind identification of multichannel FIR blurs and perfect image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(11): 1877~1896.



洪汉玉 1964 年生, 副教授, 博士生, 现在华中科技大学图像识别与人工智能研究所从事科研工作。研究方向包括图像复原、图像信号处理分析、自动目标识别和计算机图形学等。



张天序 1947 年生, 教授, 博士生导师, 华中科技大学图像识别与人工智能研究所所长, 图像信息处理与智能控制教育部重点实验室主任。主要从事自动目标识别、机器视觉、图像信号分析、精确制导智能化信息处理等方面的科学研究工作。